III / ELECTROCINETIQUE
الكهرباء المتحركة

L'électrocinétique est l'étude des courants électriques, c'est-à-dire l'étude des charges électriques en mouvement dans des milieux matériels appelés conducteurs. Autrement dit, c'est l'étude des circuits et réseaux électriques.

Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser aux causes qui provoquent le mouvement de charges, ainsi que les causes qui s'opposent à leur mouvement.

A/ Le courant électrique (التيار الكهربائي) :

La figure 3.1 représente deux corps, B non chargé et en état d'équilibre, et A chargé par l'une des méthode d'électrisation. Relions les deux corps par l'intermédiaire d'un fil de jonction. Le corps B se charge, c'est-à-dire qu'il acquiert une charge élémentaire dQ en un temps très bref dt, ainsi il perd son équilibre électrostatique temporairement.

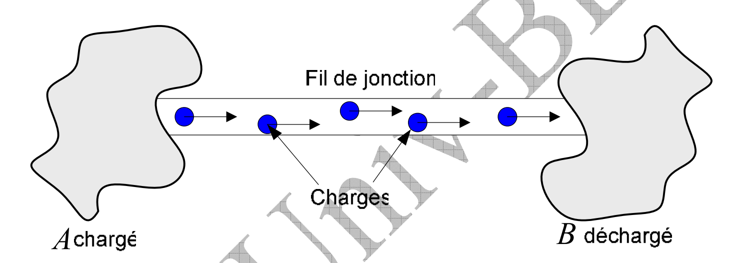


Fig 3.1 : circulation du courant de A vers B

Ceci s'explique par le déplacement de charges électriques du corps A vers le corps B à travers le fil de jonction qui les relie. D'où la définition du courant électrique :

- **Définition** : Le courant électrique est un déplacement collectif et organisé des porteurs de charges (électrons ou ions).

Cet écoulement de charges peut se produire dans le vide (faisceau d'électrons dans les tubes cathodiques…), ou dans la matière conductrice (les électrons dans les métaux, ou les ions dans les solutions aqueuses).

Un courant électrique apparaît dans un conducteur quand une différence de potentiel est établie entre les bornes de ce dernier.

1/ Intensité du courant électrique (شدة التيار الكهربائي) :

- Intensité moyenne (الشدة المتوسطة) : L'intensité moyenne du courant électrique est la quantité d'électricité (la charge) qui traverse une section du conducteur par unité de temps :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \textbf{(3.1)}$$

- Intensité instantanée (الشدة اللحظية) : L'intensité instantanée du courant électrique est la dérivée de la charge électrique par rapport au temps :

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \qquad \textbf{(3.2)}$$

- L'unité : Ampère (A), (en mémoire au physicien André-Marie Ampère 1775-1836). L'ampère est l'intensité d'un courant électrique correspondant au passage d'une charge électrique de un coulomb, à travers une section d'un conducteur, en une seconde.
- Ordre de grandeur de la vitesse des porteurs de charges :
  - Dans un fil électrique, les électrons libres se déplacent à une vitesse moyenne d'environ $1mm/s$.
  - Dans les solutions aqueuses, la vitesse des ions est plus faible que celle des électrons libres dans les métaux.
  - Dans le vide, la vitesse des électrons avoisine $10000km/s$; même cette valeur est très petite devant la célérité de la lumière $\left(c = 3.10^5 kms^{-1}\right)$.
- Sens du courant (إتجاه التيار الكهربائي): Le courant électrique circule dans le sens décroissant des potentiels, c'est-à-dire dans le sens du champ électrique. Ainsi, le sens choisi **conventionnellement** est contraire au sens des charges négatives.

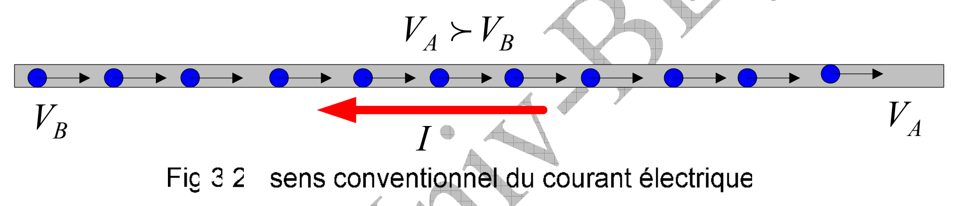


Fig 3 2 sens conventionnel du courant électrique

- Rappel de la loi d'Ohm (Georges-Simon Ohm 1789-1854):

La facilité avec laquelle les charges circulent entre deux pôles dépend de la façon dont ces pôles sont reliés entre eux. Si la jonction se fait par l'intermédiaire d'un fil métallique, les charges ne rencontrent pas de difficultés majeures pour se déplacer, par contre, si la liaison se fait à travers un isolant, le passage des charges devient très difficile, voir impossible.

Cette propriété qui caractérise la matière, de permettre ou d'interdire le passage des porteurs de charges, s'appelle la **résistance** de la matière en question. On mesure la résistance en **Ohm** (Ω). La résistance des matériaux est faible, tandis que la résistance des isolants est très grande et même infinie.

Dans l'industrie, il existe de petits éléments (appelés résistances), leurs résistances varient de quelques ohms à des millions d'ohms.

Pour un conducteur métallique, sous une température constante, le rapport entre la différence de potentiel U (ou tension) entre ses bornes, et l'intensité I du courant électrique qui le traverse, est constant et égal à la résistance du conducteur.

$$R = \frac{U}{I} = C^{te} \qquad \textbf{(3.3)}$$

Cette relation entre l'intensité du courant, la tension et la résistance est connue sous le nom de la **loi d'Ohm**.

La loi d'Ohm montre que pour une différence de potentiel déterminée, on peut mettre dans le circuit un nombre de résistances, en vue de limiter l'intensité du courant électrique qui traverse l'appareil alimenté électriquement.

2/ La densité du courant électrique (كثافة التيار الكهربائي) :

Nous avons défini le courant électrique comme étant un écoulement de charges dans le vide ou à travers un milieu matériel conducteur. On peut exprimer l'intensité du courant électrique en fonction de la vitesse des charges mobiles (libres).

On considère un conducteur de section dS. Soit n le nombre de charges q mobiles, se déplaçant à la vitesse constante $\vec{v}$, et contenues dans un volume V.

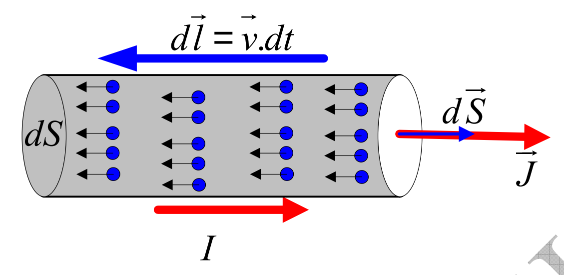


Fig 3.3 : densité de courant

En un temps très court dt les charges progressent d'une distance : $d\vec{l} = \vec{v}.dt$

Pendant la même durée dt, la charge dQ contenue dans le volume élémentaire dV du conducteur est donc : $dQ = nq.dV$

Et puisque : $dV = d\vec{l}.d\vec{S}$

On a : $dQ = n.q.\vec{v}.dt.d\vec{S}$

- **Définition** : La densité du courant électrique est la grandeur $\vec{J}$ qui est égale à la charge par unité de temps à travers l'unité de surface :

$$\boxed{\vec{J} = nq.\vec{v}} \qquad \textbf{(3.4)}$$

On peut donc écrire :

$$dQ = \vec{J}.dt.d\vec{S}$$

Dans le cas d'un cristal composé d'ions au repos et d'électrons libres mobiles, on a :

$$\boxed{\vec{J} = -ne.\vec{v}} \qquad \textbf{(3.5)}$$

On remarque ici que le vecteur densité de courant $\vec{J}$ est de sens contraire au sens du mouvement réel des électrons, c'est-à-dire que le sens du courant est le même que celui du vecteur $\vec{J}$.

Si $\vec{S}$ représente le vecteur surface de la section transversale du conducteur, et qui est colinéaire au vecteur $\vec{J}$, l'intensité du courant est donc la grandeur scalaire :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J}.d\vec{S}$$

$$I = \vec{J}.\vec{S} \Rightarrow \boxed{I = nqv.S} \qquad \textbf{(3.6)}$$

On exprime l'unité de la densité de courant par **ampère par mètre carré** $\left(A.m^{-2}\right)$.

Exemple 3.1 : La masse molaire du cuivre est $M = 63,54\,g.mol^{-1}$, et sa masse volumique $\rho = 8,8.10^3\,kg.m^{-3}$.

a/ Calculer le nombre d'électrons par unité de volume,

b/ En admettant que chaque atome de cuivre libère deux électrons, et qu'un fil en cuivre de section $10mm^2$ est traversé par un courant d'intensité $30A$, calculer la densité de courant,

c/ En déduire la vitesse de déplacement des électrons à l'intérieur du cristal de cuivre.

Réponse :

a/ Calcul du nombre d'atomes dans la matière cuivre :

$$\boxed{\eta = \frac{N.\rho}{M}} \Rightarrow \eta = \frac{6,03.10^{23} \times 8,8.10^6}{63.54} \Rightarrow \boxed{\eta = 8,35.10^{28}} \text{ (atomes)}$$

b/ Calcul de la densité :

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow J = \frac{30}{10.10^{-6}} \Rightarrow \boxed{J = 3.10^6\,A/m^2}$$

c/ Déduction de la vitesse de déplacement des électrons libres :

$$J = nev \Rightarrow \boxed{v = \frac{J}{ne}} \Rightarrow v = \frac{3.10^6}{2 \times 8,35.10^{28} \times 1,66.10^{-19}} \Rightarrow \boxed{v = 108\,\mu m.s^{-1}}$$

- **Relation entre le champ électrique et la densité de courant électrique**:

On considère une portion $AB = l$, d'un conducteur, traversé par un courant électrique d'intensité I. Le passage d'un courant électrique implique obligatoirement l'existence d'une différence de potentiel entre les points A et B.

Nous savons comment calculer la différence de potentiel appliquée entre deux points :

$$U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l} \qquad \textbf{(3.7)}$$

Si le conducteur est un fil de section S, le champ électrostatique est uniforme sur toute la portion AB.

Puisque $U = E.l$, On a :

$$U = R.I = E.l \Rightarrow RJS = E.l \qquad \textbf{(3.8)}$$

Ainsi, on obtient une nouvelle expression de la densité de courant :

$$\boxed{J = \frac{l}{S.R}E} \qquad \textbf{(3.9)}$$

On pose
$$\sigma = \frac{l}{S.R} = C^{te} \qquad \textbf{(3.10)}$$

On appelle cette constante :**conductivité électrique** (الناقلية الكهربائية) du matériau conducteur, son unité est $\left(\Omega^{-1}.m^{-1}\right)$.

La conductivité dépend des propriétés microscopiques de la matière conductrice, c'est une quantité locale utile qui permet de distinguer les propriétés électriques de la matière. Sur

cette base de conductivité, les matériaux sont classés en conducteurs, isolants et semi conducteurs.

L'inverse de la conductivité s'appelle **résistivité électrique** (**المقاومية الكهربائية**) du conducteur (ou résistance spécifique) :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{R.S}{l} \quad \textbf{(3.11)}$$

Son unité est l'**ohm.mètre** $(\Omega.m)$.

Ainsi, l'expression de la résistance d'un conducteur peut s'écrire sous la forme :

$$R = \frac{l}{\sigma.S} = \rho\frac{l}{S} \quad \textbf{(3.12)}$$

Cette expression simple, qui relie la résistance d'un fil cylindrique à ses caractéristiques géométriques, est connue sous le nom de **loi de Pouillet**, de son auteur Claude Pouillet 1719-1868.

La représentation (figure 3.4) montre la classification générale des matériaux d'un point de vue électrique.

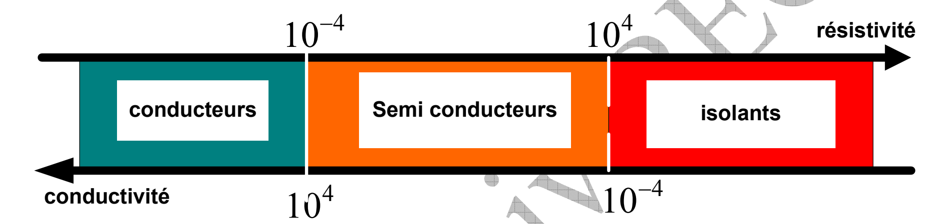


Fig 3.4 : ordre de grandeur de la conductivité et de la résistivité

Les résistivités de quelques corps sont regroupées dans le tableau suivant :

Métaux $(\Omega.m)$	semi conducteurs $(\Omega.m)$ à 300K	Isolants $(\Omega.m)$
Argent : $1{,}47.10^{-8}$	silicium :2400	Verre : de 10^{11} à 10^{14}
cuivre:$1{,}72.10^{-8}$	germanium:0,5	Mica : de 10^{11} à 10^{15}
aluminium:$2{,}63.10^{-8}$		Eau : de 0,1 à 10^{5}

➢ **Remarque** : La résistivité d'un conducteur varie en fonction de la température. Pour les métaux, la résistivité augmente avec l'accroissement de la température (donc la résistance augmente). Tandis que pour les semi-conducteurs, c'est l'inverse qui se produit. Quelques alliages métalliques, ont une résistivité qui tend vers zéro lorsque la température avoisine le zéro absolu ; il s'agit alors de supraconducteurs.

Pour les métaux, la variation de leur résistivité est régie par la loi :

$$\rho = \rho_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right] \quad \textbf{(3.13)}$$

ρ : la résistivité à la température $T°C$.

ρ_0 : la résistivité à la température de référence $T_0 °C$.

α : le coefficient calorifique de la résistance et qui vaut à peu près $\frac{1}{273}$.

La variation de la résistivité en fonction de la température implique la variation de la résistance suivant la loi :

$$\boxed{R = R_0\left[1+\alpha\left(T-T_0\right)\right]}$$

Le carbone fait exception à cette règle de la variation de la résistance en fonction de la température, ainsi que tous les liquides électrolysables : leurs résistances croissent avec l'abaissement de la température, et diminuent avec l'augmentation de la température. La résistance des alliages métalliques, tels que le manganine et le constantin, est presque invariable vis-à-vis de la température. C'est pour cette raison que le manganine est utilisé pour fabriquer des résistances d'étalonnage. La résistance des conducteurs s'annule au voisinage du zéro absolu et varie aussi en fonction de sa pureté.

- Relation entre $\vec{E}$, $\vec{J}$ et I :

Dans l'équation $\vec{J} = \dfrac{l}{S.R}\vec{E}$, on constate que $\vec{E}$ et $\vec{J}$ sont de même sens. Et puisque I et $\vec{E}$ sont de même sens, le courant électrique circule dans le sens des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{J}$.

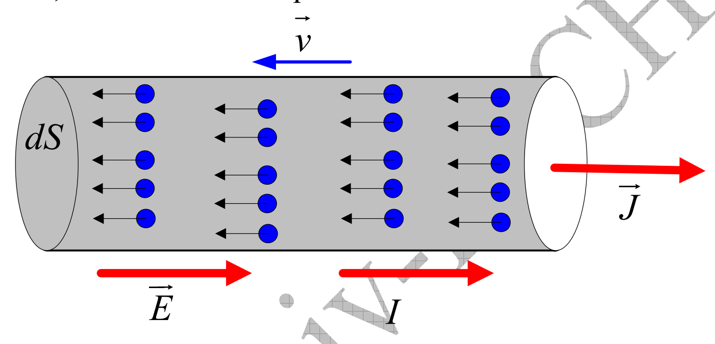


Fig 3.5 sens de $\vec{E}, \vec{j}$ et I

3/ Effet Joule :(James Prescott Joule 1818-1889) (فعل جول) :

D'après la définition du potentiel électrique, le travail dW effectué par la charge élémentaire dq se déplaçant entre les deux points entre lesquels règne une différence de potentiel électrique (ou tension) U est :

$$dW = U.dq$$

On définit, de façon générale (en électricité comme en mécanique), la puissance comme étant le travail effectué par unité de temps, soit :

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Dans notre cas, nous avons :

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{U.dq}{dt} = U.I$$

Donc, on peut écrire :

$$\boxed{P = U.I} \qquad \textbf{(3.14)}$$

Cette relation traduit ce qui est connu sous le nom d' **effet joule** dans le cas général. L'unité de la puissance est le **watt** (W), en mémoire à James Watt 1736-1819.

Pour les dipôles soumis à la loi d'Ohm, le passage du courant électrique qui les parcourt provoque leur échauffement ou dégagement de chaleur : ce phénomène est aussi appelé effet

joule. En effet un dipôle passif transforme l'énergie électrique en énergie calorifique. La puissance dissipée par le dipôle est égale à :

$$\boxed{P = RI^2} \qquad \textbf{(3.15)}$$

On représente le conducteur ohmique par l'un des deux schémas de la figure 3.6.



Fig 3.6 représentation de la résistance

La dissipation de la puissance sous forme d'énergie nous indique une ressemblance entre la résistance électrique et les forces de frottement mécanique. Tout frottement conduit à une perte d'énergie mécanique qu'on retrouve sous forme de chaleur (énergie calorifique), tandis que dans un conducteur ohmique (la résistance électrique), « le frottement » des électrons à l'intérieur de la matière, conduit de la même façon, à une dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur. C'est là qu'apparaît tout l'intérêt des supraconducteurs, c'est-à-dire les matériaux qui ont une résistance parfaitement nulle, et qui permettent la conduction du courant électrique sans perte d'énergie.

D'après la définition de l'énergie, on en déduit que, l'énergie E que produit une source, ou l'énergie consommée par une résistance pendant le temps t est égale à :

$$E = U.I.t = R.I^2.t = \frac{U^2}{R}.t \qquad \textbf{(3.16)}$$

L'unité de l'énergie est le joule (J).

4/ Rappel sur le groupement des conducteurs ohmiques (تذكير بربط النواقل الأومية) :

On distingue deux cas pour le groupement de conducteurs ohmiques ou résistances :

a/ Groupement en série : Figure 3.7

Toutes les résistances R_i sont parcourues par le même courant électrique I, et chacune d'elles n'a qu'une extrémité commune avec un autre dipôle. La tension $U_{AB} = U$ est égale à la somme des tensions des dipôles (résistances).

Fig 3.7 groupement de résistances en série

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n = R.I$$
$$U = R_1.I + R_2.I + R_3.I.................R_n.I = RI$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente de tous les dipôles passifs groupés en série :

$$\boxed{R = \sum_{i=1}^{n} R_i} \qquad \textbf{(3.17)}$$

b/ Groupement en parallèle : Figure 3.8 (a)

Ce groupement est caractérisé par le fait que tous les dipôles ont leurs bornes communes deux à deux. La tension est la même entre les extrémités de n'importe quelle résistance R_i.

Le courant électrique qui alimente la portion de circuit se répartit entre les dipôle, tel que :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_n$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + ...\frac{U}{R_n} \Rightarrow \frac{U}{R} = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...\frac{1}{R_n}\right].U$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente des dipôles passifs montés en parallèle ou en dérivation :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...\frac{1}{R_n} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} \quad \textbf{(3.18)}$$

Remarque : La valeur de la résistance équivalente, dans ce cas, est toujours plus petite que celle de la plus petite des résistances montées en dérivation.

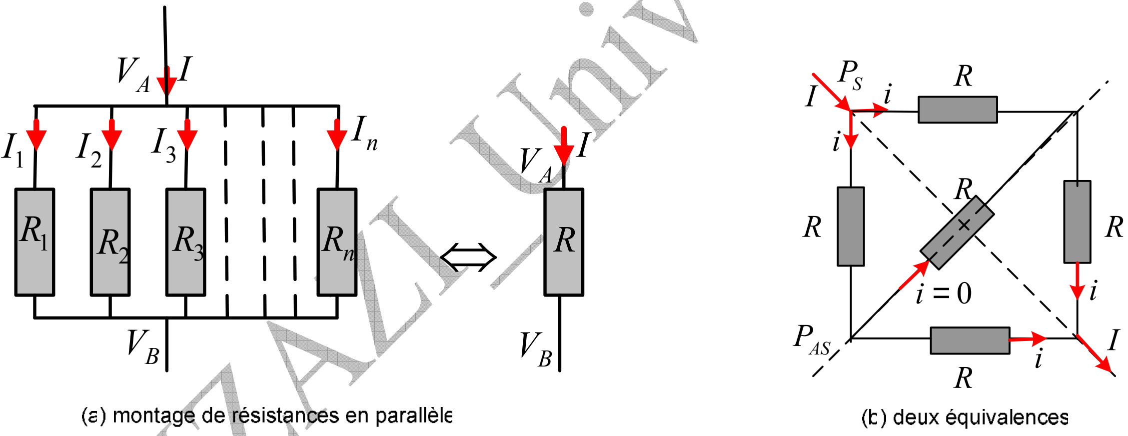


Fig 3.8

c/ Des équivalences utiles (تكافؤات مفيدة) : En voici quelques règles intéressantes :

- Si pour un conducteurs ohmique ou résistance, et dans tous les cas $i = 0$ (ou $u = 0$), il est alors possible de le remplacer par un fil de jonction ou de l'éliminer du circuit.
- Si deux points sont au même potentiel, on peut les relier par un fil de jonction.
- Si un courant électrique nul circule dans un fil de jonction, on peut éliminer ce dernier.

d/ Deux symétries (تناظران) : Figure 3.8 (b)

Dans certains cas, l'utilisation de la symétrie devient très utile et nous évite beaucoup de calculs.

Par convention : soient :

P : plan physique de symétrie du réseau. Du point de vue physique le plan P peut être de deux types :

P_S : Plan de symétrie des courants et des tensions.

P_{AS} : Plan antisymétrique des courants et des tensions (En considérant que le potentiel est nul sur le plan).

Une branche située sur P_{AS} est parcourue par un courant nul.

Afin d'éclaircir ces règles, on considère comme exemple, le circuit de la figure 3.8 (b). Toutes les résistances sont équivalentes, il en résulte un nombre d'équivalences P_S ou P_{AS} .

Le courant I entrant se divise en deux courants semblables i : en effet il n'existe aucune raison pour que les porteurs de charges s'écoulent en nombre plus grand dans un sens plutôt que dans l'autre. La même chose se produit à la sortie de I .

Quand on applique la loi des nœuds, la résistance centrale est parcourue par un courant nul, et ce quelque soit le courant I ou la tension U imposés à la portion du circuit.

D'après les règles d'équivalence que nous venons de voir, il nous est permis d'éliminer cette résistance centrale (sans éliminer, pour autant, la branche). La résistance équivalente deviendrait, tout simplement, égale à $R_{éq} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R$.

B/ Eléments d'un circuit électrique (عناصر الدارة الكهربائية) :

Toutes les applications en électricité exploitent la facilité avec laquelle s'effectue la transformation de l'énergie électrique à partir d'une source électrique vers un appareil quelconque (fer à repasser, lampe, téléviseur,…). Cette transformation se fait par l'intermédiaire d'un **circuit électrique** qui relie la source à l'appareil, et permet le déplacement des électrons.

Il existe une variété de sources électriques, telles que : les piles, les batteries, les cellules solaires, les générateurs… Dans tous ces cas, chaque source a deux pôles au moins entre lesquelles règne une différence de potentiel.

1/ Eléments et vocabulaire du circuit électrique (عناصر و مصطلحات الدارة الكهربائية):

Le circuit électrique est composé d'un groupement d'éléments, appelés dipôles, reliés entre eux par des fils conducteurs ; le tout constitue une structure fermée. Nous citons ci après quelques éléments et le vocabulaire propres au circuit.

- **Le nœud** (العقدة) : c'est un point d'un circuit où arrivent trois fils au moins, ou plus.
- **La branche** (الفرع) : c'est une portion de circuit qui s'intercale entre deux nœuds.
- **La maille** (العروة) : c'est un ensemble de branches qui constituent une boucle fermée.
- **Le dipôle** (ثنائي القطب) : un dipôle s'intercale dans un circuit à l'aide de deux pôles, le courant entrant par l'un d'eux, et sortant par l'autre. Un dipôle est caractérisé par sa réponse à une différence de potentiel, c'est-à-dire par une courbe caractéristique $U = f(I)$.
- **Le dipôle passif** (ثنائي القطب الخامل) : c'est un dipôle qui consomme l'énergie électrique.
- **Le dipôle actif** (ثنائي القطب النشط) : c'est un dipôle qui produit du courant électrique.

- **Le dipôle linéaire**(**ثنائي القطب الخطي**) : sa courbe caractéristique $U = f(I)$ est une droite.
- **Les fils de jonction** (**أسلاك التوصيل**) : on néglige leurs résistances par rapport aux résistances des autres dipôles. On les considère comme étant équipotentiels.
- **Le réseau** (**الشبكة**) : c'est un ensemble de circuits.

Convention : Dans l'étude pratique des dipôles, on utilise deux conventions :

- **La convention récepteur**(**مصطلح الآخذة**) : la tension et l'intensité électriques sont orientées positivement et dans deux sens opposés. Figure 3.9 (a).
- **La convention générateur**(**مصطلح المولد**) : la tension et l'intensité électriques sont orientées positivement et dans le même sens. Figure 3.9 (b).

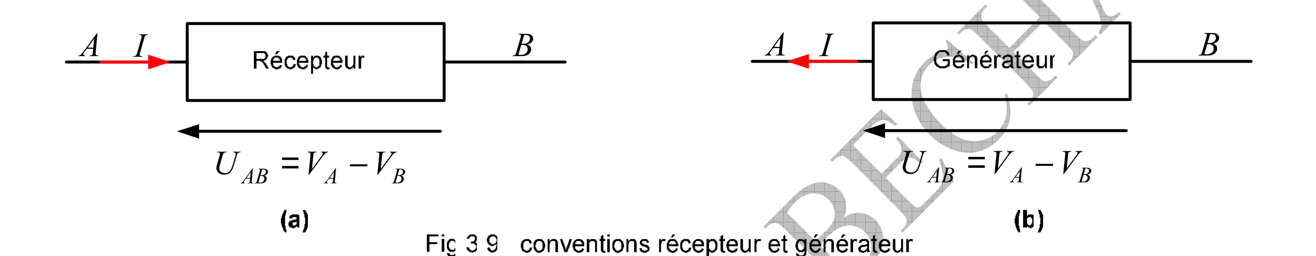


Fig 3.9 conventions récepteur et générateur

2/ Nécessité de la disponibilité d'une force électromotrice(ضرورة توفر قوة محركة كهربائية):

Le générateur doit fournir un travail électrique aux charges pour qu'elles puissent le traverser en allant du pôle à potentiel inférieur au pôle à potentiel élevé. Le travail du générateur est semblable à celui d'une pompe hydraulique qui, remonte l'eau d'un niveau inférieur à un niveau supérieur. Il est aisé de comprendre le phénomène du courant électrique en le comparant au courant d'eau dans un fleuve.

L'eau court dans une région élevée vers une région inférieure, grâce à la force d'attraction (le poids). Mais, si on veut créer un circuit hydraulique fermé, il est indispensable de fournir une énergie, d'où l'utilisation d'une pompe pour ramener l'eau à une plus haute altitude.

On peut définir la force électromotrice d'une source électrique comme étant un travail fourni à l'unité de charge pour la transporter à travers un circuit fermé. Si dW est le travail fourni pour déplacer une charge de valeur dq à travers le circuit, en un temps bref dt, la force électromotrice e est donc :

$$e = \frac{dW}{dq}$$

Et puisque la puissance est le travail fourni par unité de temps :

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow P = e.\frac{dq}{dt}$$

D'où l'expression de la puissance :

$$\boxed{P = e.I} \qquad \textbf{(3.19)}$$

On sait, d'autre part que : $U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = e$

Dans le cas d'un circuit fermé : la puissance totale fournie entre A et A de la part de la force de Coulomb est égale à :

$$P = U.I = I\int_A^A \vec{E}.d\vec{l} = I\left(V_A - V_A\right) = 0$$

On vient d'obtenir une puissance nulle. Cela veut dire que le champ électrostatique ne garantit pas la permanence du courant électrique dans un circuit fermé.

Lorsqu'un courant électrique parcourt un circuit fermé, cela indique que la force de Coulomb n'est pas responsable du mouvement collectif des porteurs de charge dans le conducteur.

C'est ce qui se produit exactement dans un circuit électrique, où c'est une force, autre que la force électrostatique, qui doit permettre aux porteurs de charge de remonter le potentiel et le vaincre.

Pour obtenir un courant électrique continu, dans un circuit fermé, il est indispensable d'alimenter le circuit en énergie.

Les appareils qui produisent cette énergie s'appellent **générateurs** électriques, on peut dire que se sont des sources de force électromotrice.

Il existe plusieurs méthodes pour la production d'une force électromotrice :

- La batterie transforme l'énergie chimique en énergie électrique,
- Un moteur électrostatique transforme l'énergie mécanique en énergie électrique,
- Le moteur électrique transforme l'énergie mécanique en énergie électrique,
- La cellule solaire transforme l'énergie de radiation en énergie électrique,
- Une centrale nucléaire transforme l'énergie nucléaire en énergie électrique.

3/ Les deux types de générateurs(نوعا المولدات):

a/ Générateurs ou sources de tension (مولدات أو منابع التوتر) :

La source de tension, ou générateur de tension, est un dipôle caractérisé par une tension constante entre ses bornes, quelque soit l'intensité variable qu'il débite. Dans tout ce qui suit, nous allons nous intéresser particulièrement aux générateurs de tension continue. Ce type de générateur est caractérisé par une force électromotrice (e), et une faible résistance intérieure (r). La figure 3.10 représente le schéma de ce type de générateurs.

Il est possible de remplacer un générateur de tension, dont les caractéristiques sont (e,r), par une source idéale , de force électromotrice e, montée en série avec le conducteur ohmique , de résistance , comme indiqué sur la figure 3.10.

La force électromotrice d'un générateur de tension est égale à la différence de potentiel entre ses bornes quand il ne débite aucun courant :

$$\boxed{I = 0 \Leftrightarrow e = U_{AB}} \qquad \textbf{(3.20)}$$

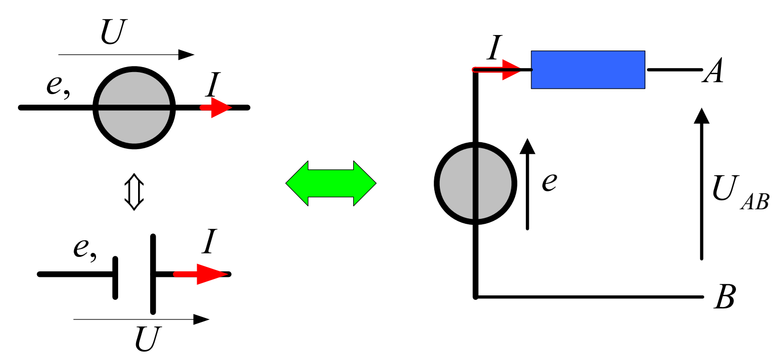


Fig 3 10 représentation du générateur de tension

b/ Générateurs ou sources de courant (مولدات أو منابع التيار) :

La source de courant, ou générateur de courant, est un dipôle caractérisé par le débit d'un courant constant, quelque soit la différence de potentiel variable entre ses bornes. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser essentiellement aux générateurs de courant continu. On peut réaliser ce type de sources à l'aide de systèmes électroniques, la tension entre les bornes de chacune d'elles étant limitée par une valeur maximale. On représente ce type de générateurs par le schéma de la figure 3.11.

On peut remplacer un générateur de courant par une source de courant idéale, qui débite un courant constant, et montée en parallèle avec un conducteur ohmique, de résistance, comme indiqué sur la figure 3.11.

$$I = I_0 - \frac{u}{r} \qquad \textbf{(3.21)}$$

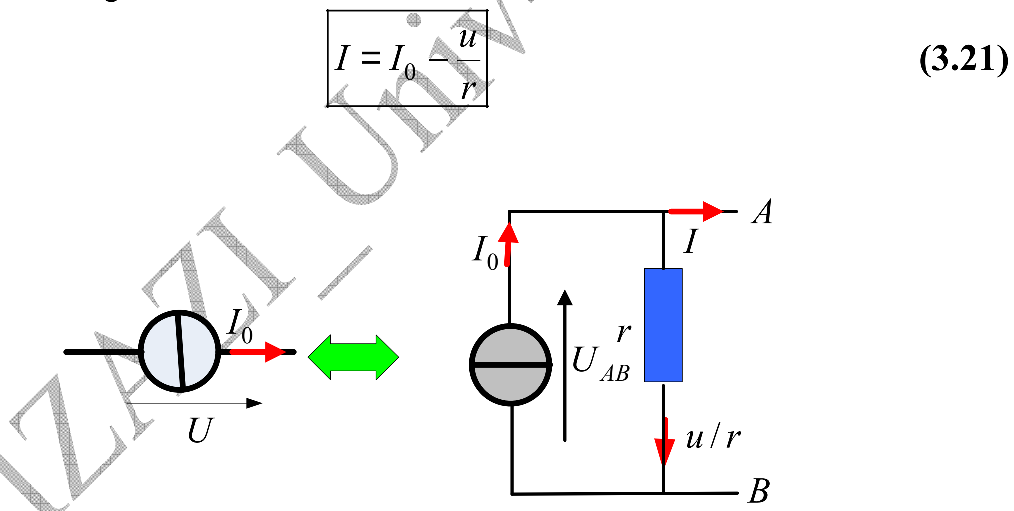


Fig 3 11 représentation du générateur de courant

B/ Les lois régissant les circuits électriques (القوانين المسيرة للدارات الكهربائية).

1/ Equation du circuit électrique (معادلة الدارة الكهربائية) :

Soit le circuit représenté sur la figure 3.12, composé d'un générateur (de force électromotrice e et de résistance interne), d'une résistance externe R, et d'un moteur M (de force contre électromotrice e' et de résistance interne r').

Le générateur produit une puissance électrique : $P = e.I$

Le conducteur Ohmique (R) transforme l'énergie électrique en énergie calorifique, dont la valeur est RI^2. La résistance interne du générateur consomme à son tour une

puissance de valeur rI^2 (C'est ce qui explique l'échauffement du générateur). Le moteur M (ou un récepteur ou même un générateur monté en opposition, à condition que $e' \prec e$), consomme, quant à lui, une puissance $e'I$, qu'il la transforme en énergie mécanique, sa résistance interne consomme une puissance égale à $r'I^2$ (à cause de la présence d'un conducteur ohmique à l'intérieur du moteur, d'où son échauffement).

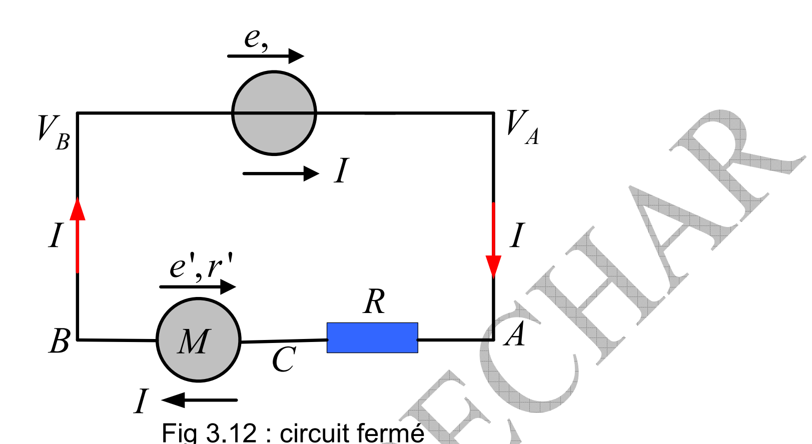


Fig 3.12 : circuit fermé

D'après le principe de la conservation de l'énergie : l'énergie produite est égale à l'énergie consommée :

$$eI = e'I + RI^2 + rI^2 + r'I^2$$

D'où, l'intensité du courant qui parcourt le circuit :

$$I = \frac{e - e'}{R + r + r'}$$

Dans le **cas général**, si on note par les résistances internes et par R les résistances externes, on a :

$$\boxed{I = \frac{\sum e}{\sum r + \sum R}} \qquad \textbf{(3.22)}$$

L'intensité du courant électrique dans le circuit électrique est égale à la somme algébrique des forces électromotrices divisée par la somme de toutes les résistances. Cette relation est appelée : **équation du circuit électrique.**

Convention : Quand on applique la relation (3.22), on doit choisir un sens autour du circuit que l'on considère positif ; les courants électriques et les forces électromotrices sont comptés positivement s'ils ont le même sens que le sens choisi, et ils sont comptés négativement dans le cas contraire.

2/ Différence de potentiel entre deux points d'un circuit (ou loi généralisée d'Ohm)(فرق الكمون بين نقطتين من دارة) :

La figure 3.13 représente une portion de circuit électrique parcourue par un courant d'intensité I, que débite une source (non représentée sur la figure), et qui approvisionne cette

portion AB d'une puissance $P = UI$, où U représente la différence de potentiel entre les points A et B.

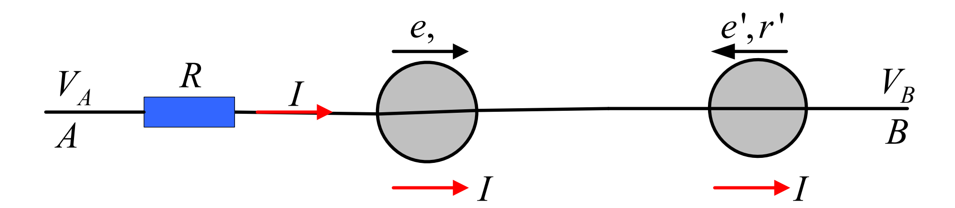


Fig 3.13 différence de potentiel entre deux points

$R = \sum R_i$: désigne la résistance totale de la portion AB (conducteurs ohmiques, fils de jonction, les résistances internes des générateurs et récepteurs…etc).

$e = \sum e_i$: désigne la somme algébrique de toute les forces électromotrices (y compris les forces contre électromotrices).

La puissance produite entre les points A et B est égale à :

$$UI + \left(\sum e_i\right).I$$

Dans les résistances la puissance consommée est :

$$\left(\sum R_i\right).I^2$$

Si on égalise les deux puissances produite et consommée, selon le principe de la conservation de l'énergie, on aura :

$$UI + \left(\sum e_i\right).I = \left(\sum R_i\right).I^2$$

Finalement, on obtient la loi qu'on appelle : **loi d'Ohm généralisée** :

$$\boxed{V_A - V_B = U = \left(\sum R_i\right).I - \sum e_i} \qquad \textbf{(3.23)}$$

Convention : Si on choisit le sens de A vers B comme étant positif, et si les courants et les forces électromotrices sont de même sens, leurs signes seront positifs, par contre s'ils sont de sens contraires, leurs signes sont négatifs.

Si le point A coïncide avec le point B, alors :

$$\left(\sum R\right).I - \sum e = 0 \qquad \textbf{(3.24)}$$

- **La différence de potentiel aux bornes d'un générateur de tension** (فرق الكمون بين طرفي مولد التوتر)

La figure 3.14 représente un générateur de tension avec deux possibilités :

a/ Le sens du courant est le même que celui de la force électromotrice, c'est-à-dire que le courant sort par le pôle positif du générateur.

b/ Le sens du courant est contraire à celui de la force électromotrice, c'est-à-dire que le courant sort par le pôle négatif du générateur.

On applique à la portion du circuit la relation générale $U_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i$, et on choisit le sens positif de A vers B.

Sur la figure 3.14 (a) : e et I sont de sens contraires au sens positif choisi, ils sont donc négatifs, d'où :

$$U_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i = -rI - (-e)$$

$$\boxed{U_{AB} = e - rI} \qquad \textbf{(3.25)}$$

Cette dernière expression est la différence de potentiel entre les bornes d'un générateur.

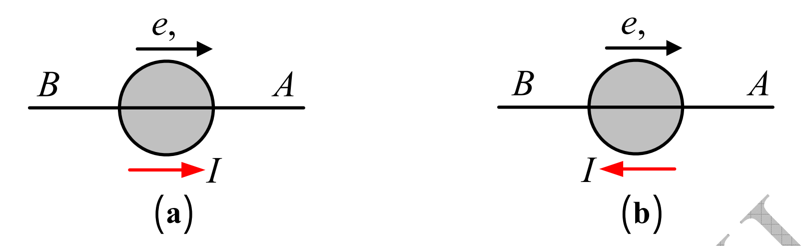


Fig 3.14 : différence de potentiel entre les bornes d'un générateur

Sur la figure 3.14 (b) : e s'oppose au sens positif choisi, donc elle est négative ; tandis que I concorde avec le sens positif choisi, donc il est positif :

$$U_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i = rI - (-e)$$

$$\boxed{U_{AB} = rI + e} \qquad \textbf{(3.26)}$$

Cette expression 3.26 correspond aussi à la différence de potentiel entre les bornes d'un récepteur, où e est sa force contre électromotrice (appelée souvent force électromotrice). Ceci n'est pas étonnant, puisqu'un générateur dont le courant entre par son pôle positif se comporte comme récepteur.

3/ Groupement de générateurs(ربط المولدات) :

Un circuit électrique peut grouper plus d'un générateur.

a/ Cas des générateurs de tension : Chaque générateur est caractérisé par une force électromotrice e_i et une résistance interne $_i$.

- **Association en série** : Figure 3.15

Dans ce cas, la force électromotrice du générateur équivalent est égale à la somme algébrique des forces électromotrices des générateurs associés, et sa résistance interne est égale à la somme arithmétique de toutes les résistances internes.

$$\boxed{r = \sum_i r_i} \quad \boxed{e = \sum_i e_i} \qquad \textbf{(3.27)}$$

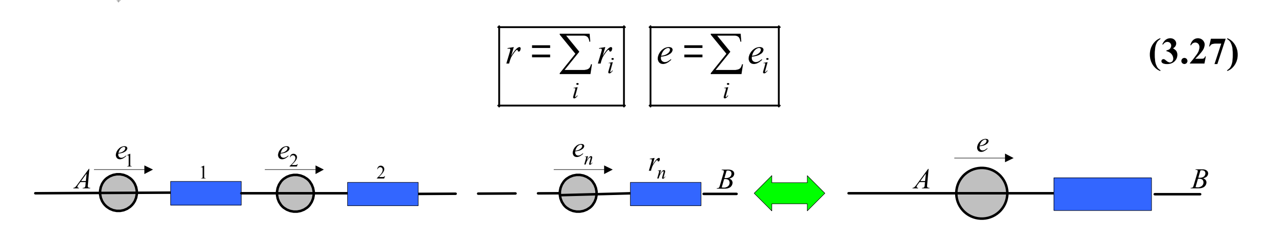


Fig 3.15 groupement de générateurs de tension en série

- **Association en opposition** : Figure 3.16

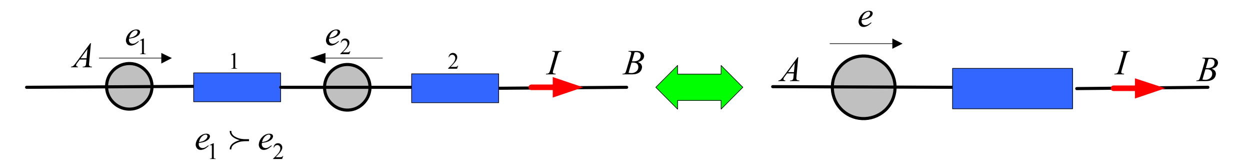


Fig 3 16 groupement de générateurs de tension en opposition

On considère le récepteur (un moteur par exemple), comme étant un générateur monté en opposition avec le générateur effectif, et le générateur monté en opposition jouant le rôle de récepteur (ou moteur). Le générateur de plus grande force électromotrice s'impose en tant que générateur. D'où :

$$\boxed{e_1 \succ e_2 \Rightarrow e = e_1 - e_2} \qquad \textbf{(3.28)}$$

$$\boxed{r = r_1 + r_2} \qquad \textbf{(3.29)}$$

- **Association en série** : Figure 3.17

Il est interdit de monter en dérivation deux générateurs de différentes tensions. Les sources de tensions montées en parallèle doivent obligatoirement être toutes semblables.

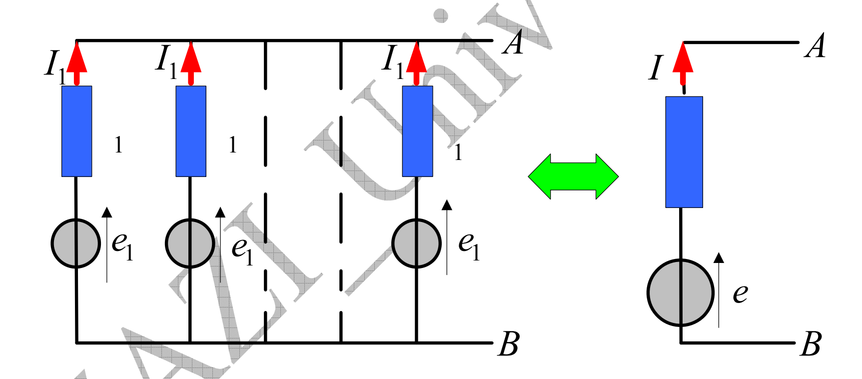


Fig 3.17 : groupement de générateurs de tension en dérivation

Dans ce cas, la force électromotrice du générateur équivalent est égale à la force électromotrice d'un générateur du groupement, et l'inverse de la résistance équivalente est égal à la somme des inverses des résistances internes.

$$\boxed{I = nI_1} \; ; \; \boxed{e = e_1} \; ; \; \boxed{\frac{1}{\mathrm{r}} = \sum_i \frac{1}{r_i} = \frac{n}{r_1}} \qquad \textbf{(3.30)}$$

a/ Cas des générateurs de courant :

- **Groupement en parallèle** : Figure 3.18

$$\boxed{\frac{1}{r}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{r_n}} \quad ; \quad \boxed{I=I_1+I_2+\ldots\ldots I_n} \qquad \textbf{(3.31)}$$

Fig 3.18 groupement de générateurs de courant en parallèle

- **Association en série** : Figure 3.19

Il est interdit de monter en série des sources de courant débitant des intensités de courants différentes. Les générateurs de courant montés en parallèle doivent obligatoirement être tous semblables.

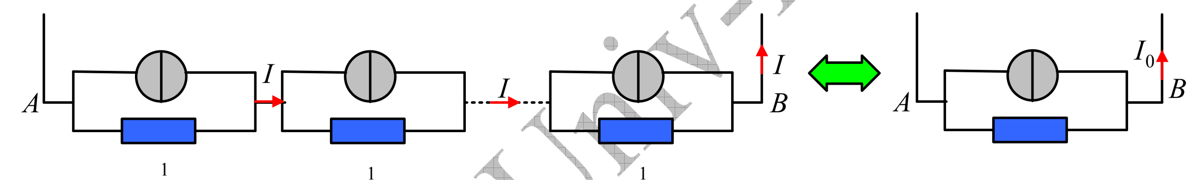


Fig 3.19 groupement de générateurs de courant en série

$$\boxed{\frac{1}{r}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{r_n}} \quad ; \quad \boxed{I_0=I} \quad ; \quad \boxed{V_A-V_B=V_1+V_2+\ldots\ldots\ldots V_n} \qquad \textbf{(3.32)}$$

Afin d'éclaircir la méthode d'application de toutes ces règles, nous allons aborder dans ce qui suit quelques exemples d'application.

Exemple 3.2 : Considérons le circuit représenté sur la figure 3.20.

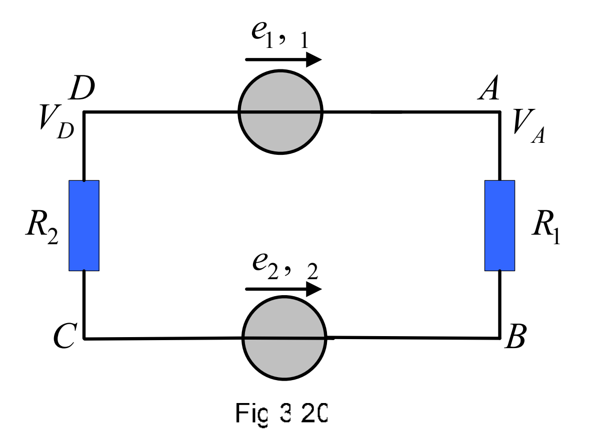


Fig 3.20

Avec les valeurs suivantes :

$e_1 = 12V$, $r_1 = 0,2\Omega$, $e_2 = 6V$, $r_2 = 0,1\Omega$, $R_1 = 1,4\Omega$, $R_2 = 2,3\Omega$

Trouver :

1/ Le sens et l'intensité du courant dans le circuit électrique,

2/ La différence de potentiel entre les points A et C.

Réponse :

1/ Puisque $e_1 \succ e_2$, on en déduit que le sens du courant est celui des aiguilles d'une montre.

Puisque le deuxième générateur est monté en opposition avec le premier générateur, sa force électromotrice est négative. On calcule l'intensité en utilisant la relation : $I = \frac{\sum e}{\sum}$

$$I = \frac{12-6}{0,1+0,2+1,4+2,3} \Rightarrow \boxed{I = 1,5A}$$

2/ Pour trouver la différence de potentiel ente les points A et C, on utilise la relation :

$$V_A - V_C = U_{AC} = \left(\sum R_i\right).I - \sum e_i$$

Pour ce faire, on choisit l'un des chemins ABC ou ADC :

Suivant le trajet ABC :

$$V_A - V_C = U_{AC} = \underbrace{(0,1+1,4)\times 1,5}_{\sum R_i.I} - \underbrace{(-6)}_{\sum e_i} \Rightarrow \boxed{U_{AC} = 8,25V}$$

Suivant le trajet ADC :

$$V_A - V_C = U_{AC} = \underbrace{(0,2+2,3)\times -1,5}_{\sum R_i.I} - \underbrace{(-12)}_{\sum e_i} \Rightarrow \boxed{U_{AC} = 8,25V}$$

Exemple 3.3 :

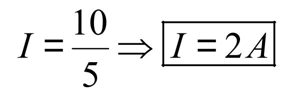
Tous les circuits électriques utilisés dans notre vie quotidienne, comme par exemple les circuits électroniques, ont un ou plusieurs points reliés à la terre, donc de potentiel zéro. La terre est un gigantesque corps conducteurs dont le potentiel n'est pas influencé par sa jonction avec d'autres conducteurs usuels chargés. C'est pour cette raison que le potentiel de la terre est toujours pris égal à zéro. Le potentiel de tout autre point dans le circuit est évalué par rapport à ces points que l'on considère comme référence de potentiel.

Dans le circuit montré sur la figure 3.21, le point B est relié à la terre. On demande de calculer le potentiel aux points A et C.

Application numérique : $e = 10V$, $r = 1\Omega$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 1\Omega$

Réponse :

On calcule d'abord l'intensité en utilisant la formule : $I = \frac{\sum e}{\sum}$



$$I=\frac{10}{5}\Rightarrow \boxed{I=2A}$$

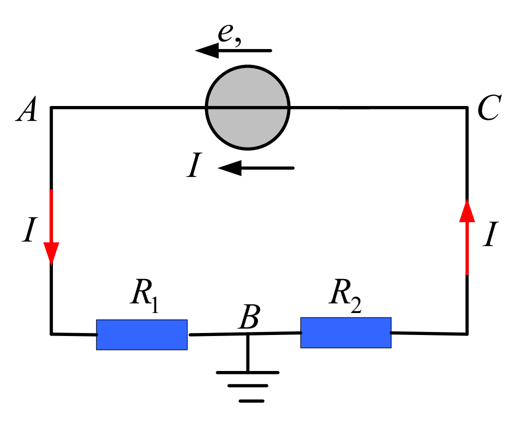


Fig 3 21

Calcul de V_{AB} et V_{BC} :

$$V_{AB}=R_1.I\Rightarrow V_{AB}=3.2=6V$$
$$V_{BC}=R_2.I\Rightarrow V_{BC}=1.2=2V$$

Et puisque $V_B=0$, on a :

$$V_{BC}=V_B-V_C=2\Rightarrow \boxed{V_C=-2V} \text{ et } V_{AB}=V_A-V_B=6\Rightarrow \boxed{V_A=6V}$$

On peut s'assurer de ce résultat en calculant la différence de potentiel entre les bornes du générateur en allant de A vers C à travers le générateur :

$$V_A-V_C=U_{AC}=r.I-\sum e_i\Rightarrow V_A-V_C=1.(-2)-(-10)\Rightarrow \boxed{V_A-V_C=8V}$$

4/ Les lois de Kirchhoff:

a/ Conservation de la charge ou loi des nœuds (قانون العقد)

En un nœud d'un circuit, la somme des intensités entrant est égale à la somme des intensités sortant :

$$\boxed{\sum I_s=\sum I_e} \qquad \textbf{(3.33)}$$

Cela signifie que les charges ne s'accumulent pas, elles s'écoulent en un nœud du réseau, elles obéissent à la règle de la conservation de la charge.

b/ Conservation de l'énergie ou loi des mailles (قانون العروات)

En une maille k d'un circuit électrique, la somme algébrique des produits de résistance par l'intensité du courant ($\sum_{k=1}^{n} R_k.I_k$) est égale à la somme algébrique des forces électromotrices ($\sum_{k=1}^{n} e_k$).

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} e_k=\sum_{k=1}^{n} R_k.I_k} \qquad \textbf{(3.34)}$$

Cette règle est une traduction de la loi de conservation de l'énergie, elle est en accord avec la relation 3.24.

- **Conseil utile** : Lorsqu'on applique les lois de Kirchhoff, il est conseillé d'observer les règles suivantes :
  - Quand on applique la première loi, veiller à ce que la somme des courants entrant soit égale à la somme des courant sortant.
  - Quand on applique la deuxième loi, on doit choisir un sens positif autour de la maille : toutes les forces électromotrices et les courants qui ont ce même sens seront comptés positivement, ceux qui sont de sens contraires seront comptés négativement. On considère le sens de e positif quand on entre, d'après le sens positif choisi, par le pôle négatif et qu'on sort par le pôle positif, et l'inverse dans le cas contraire.

  Dans le cas des réseaux complexes, il est difficile de connaître le nombre d'équations indépendantes, pour en déduire toutes les inconnues. A cette fin, il est conseillé d'utiliser les deux règles suivantes :
  - Si le nombre de nœuds dans le réseau électrique est m, la loi des nœuds s'applique à $m-1$ nœuds. Le choix des nœuds se fait en toute liberté.
  - Séparer le réseau en ses composantes de mailles indépendantes (une maille est dite indépendante si elles a au moins une branche non commune avec une autre maille), considérer chaque maille comme étant seule et lui appliquer la deuxième loi de Kirchhoff

Nous allons montrer comment appliquer ces règles et lois dans les exemples suivants :

Exemple 3.4 :

La figure 3.22 (a) représente un circuit électrique fermé. On se propose d'appliquer les deux lois de Kirchhoff en écrivant toutes les équations correspondantes. Les résistances internes des générateurs et du moteur sont négligeables.

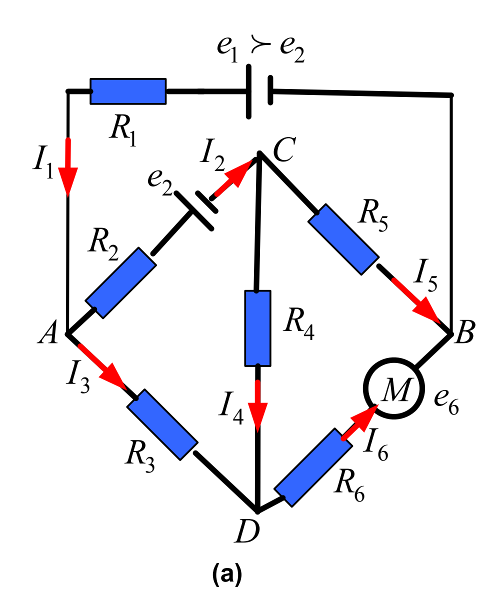
Réponse :

Application de la première loi : Il y a quatre nœuds auxquels correspondent quatre équations :

$$\text{Au nœud } A:\ I_1 = I_2 + I_3$$
$$\text{Au nœud } B:\ I_1 = I_5 + I_6$$
$$\text{Au nœud } C:\ I_2 = I_5 + I_4$$
$$\text{Au nœud } D:\ I_6 = I_4 + I_3$$

Application de la deuxième loi : Il y a trois mailes indépendantes. Après le choix des sens comme indiqué sur la figure 3.23 (b), on peut écrire les différentes équations :

$$\text{Mailles 1}:\ e_1 - e_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_5 I_5$$
$$\text{Mailles 2}:\ e_2 = R_3 I_3 - R_4 I_4 - R_2 I_2$$
$$\text{Mailles 3}:\ -e_6 = R_6 I_6 + R_4 I_4 - R_5 I_5$$



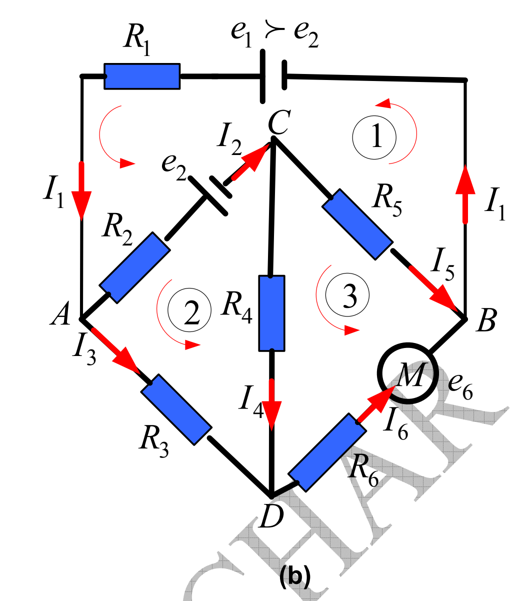


Fig 3.22

Remarque : Les mailles $(e_1 \to A \to D \to B \to e_1)$ et $(A \to C \to B \to D \to A)$ ne présentent aucun intérêt puisqu'elles ne sont pas indépendantes.

5/ Le théorème de Thévenin:

Enoncé : Tout réseau linéaire intercalé entre deux bornes A et B, quelque soit sa complexité, est équivalent à un générateur unique de force électromotrice (E_{Th}) et de résistance interne (R_{Th}) . (Figure 3.23).

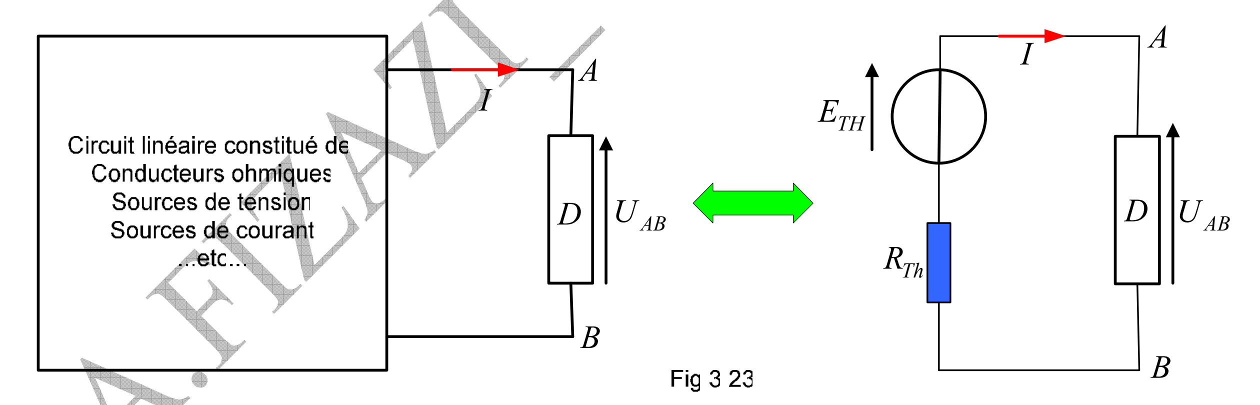


Fig 3 23

Avec :

$U_{AB_0} = E_{Th}$: représente la force électromotrice du générateur équivalent (qu'on appelle générateur Thévenin), elle est égale à la différence de potentiel entre les bornes A et B quand le circuit est ouvert, c'est-à-dire quand la jonction entre A et B est coupée.

$R_{Th} = R_{éq}$: représente la résistance équivalente du circuit quand on l'observe à partir des bornes A et B (la jonction entre A et B étant coupée), et en éteignant toutes les sources de tension et de courant électriques.

Comment calculer les caractéristiques du générateur Thévenin ?

- **Calcul de E_{Th} :** On ouvre le circuit entre A et B en éliminant le dipôle D, puis on calcule $U_{AB_0} = E_{Th}$ comme indiqué sur la figure 3.24.

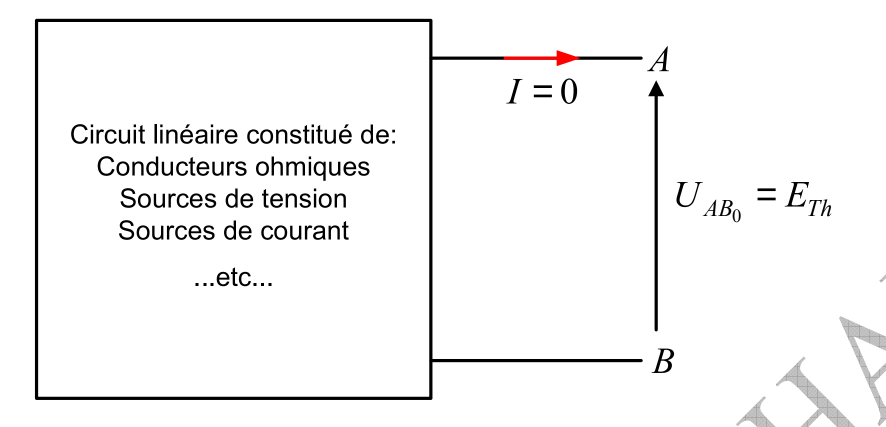


Fig 3.24

- **Calcul de R_{Th} :** On élimine le dipôle D , on éteint toutes les sources de tension et de courant, on dessine une nouvelle figure du nouveau circuit qui ne contient que des résistances, et puis on calcule la résistance équivalente de tout le circuit situé entre A et B.
- Si le dipôle D est une résistance R, l'intensité du courant qui parcourt le dipôle est donc égale à :

$$I = \frac{E_{Th}}{R + R_{Th}}$$

Remarque : La branche AB peut contenir plus d'un dipôle.

Dans l'exemple suivant, nous allons montrer comment appliquer le théorème de Thévenin.

Exemple 3.5 :

Soit le circuit de la figure 3.25.

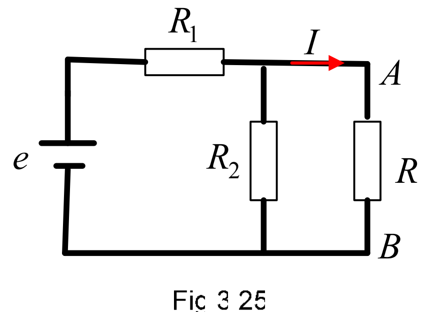


Fig 3.25

On se propose de trouver R_{Th} , E_{Th}, puis déduire l'intensité I du courant électrique qui alimente la résistance R, ainsi que la différence de potentiel entre ses bornes.

Réponse :

On éteint les sources de tension, puis on calcule la résistance équivalente R_{Th}, en éliminant la branche AB (figure 3.26).

R_1 et R_2 sont montés en parallèles, donc :

$$\boxed{R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

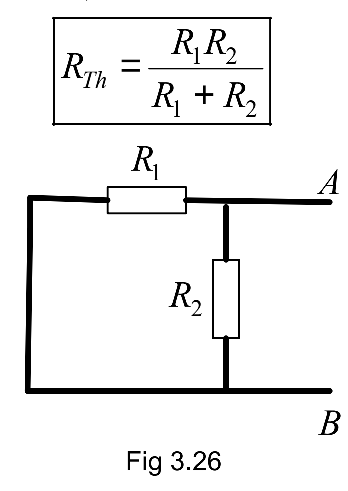


Fig 3.26

Pour calculer E_{Th}, on considère le circuit ouvert, et on élimine la résistance entre A et B (figure 3.27).

$$\left.\begin{array}{r} E_{Th} = U_{AB_0} = V_A - V_B = e - R_1.I_1 \\ V_A - V_B = R_2.I_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{E_{Th} = U_{AB_0} = R_2 \frac{e}{R_1 + R_2}}$$

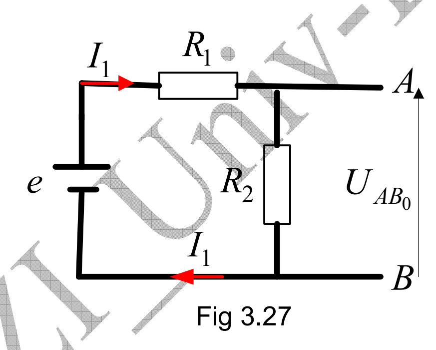


Fig 3.27

Pour calculer l'intensité I du courant, on considère le générateur de Thévenin équivalent qui alimente la branche AB (figure3.28).

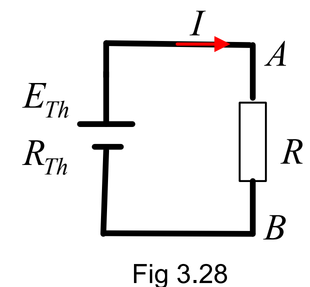


Fig 3.28

$$U_{AB} = RI = E_{Th} - R_{Th} I \Rightarrow I = \frac{E_{Th}}{R + R_{Th}}$$

En remplaçant E_{Th} et R_{Th} par leur valeurs respectives, on trouve l'expression de l'intensité :

$$I = \frac{R_2.e}{R_1R_2 + RR_1 + RR_2}$$

Détermination de la différence de potentiel entre les points A et B :

$$U_{AB} = RI \Rightarrow U_{AB} = \frac{RR_2}{R_1R_2 + RR_1 + RR_2}e$$

Exemple 3.6 :

Montrer littéralement et numériquement qu'on peut convertir un générateur de courant en générateur de tension

Réponse :

La figure 3.29, montre deux montages équivalents, c'est-à-dire que l'intensité du courant produit par chacun des circuits est la même, et la tension entre les bornes de chacun des deux circuits est aussi la même. Le résultat est qu'on peut convertir un générateur de courant en un générateur de tension.

De la figure (a), on peut déduire : $I = I_0 - \frac{U}{r} \rightarrow (1)$

De la figure (b), on peut déduire : $U = V_A - V_B = e - r'I \Rightarrow I = \frac{e}{r'} - \frac{U}{r'} \rightarrow (2)$

Par identification des deux équations (1) et (2), on trouve les deux caractéristiques du générateur de tension en fonction des deux caractéristiques du générateur de courant :

$$\boxed{r' = r} \; , \; \boxed{r' = 2\Omega}$$

$$\boxed{e = rI_0} \; , \; \boxed{e = 2 \times 15 = 30V}$$

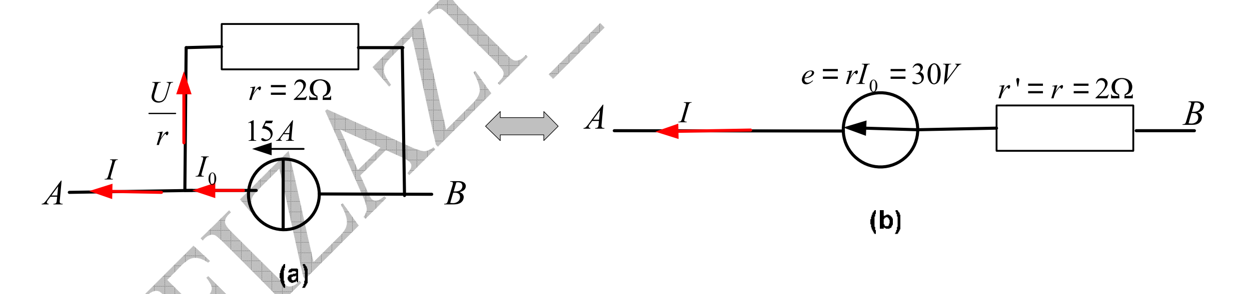


Fig 3 29 Conversion d'un générateur de courant en générateur de tension